

Аты-жөні / Фамилия Имя КРЮЧКОВ ВЛАДИСЛАВ Класс 11 А  
 Облысы / Область ПАВЛОДАРСКАЯ Предмет МАТЕМАТИКА

PVL PVL PVL PVL PVL PVL

Республикалық  
оқушылар олимпиадасының  
екінші (аудандық) кезеңі

Математика

2021-2022 оқу жылы / учебный год

Второй (районный)  
этап Республиканской  
олимпиады школьников

Есеп нөмірі: 1  
 Номер задачи:  
 Парақ нөмірі: 1  
 Номер листа:

Парақтардың жалпы саны 3  
 Общее количество листов:

Қатысушының коды:  
 Код участника:

$16P(x^2) = (P(2x))^2 \quad x \in \mathbb{R}$ ; коэффициенттер - целые. ~~коэффициенты~~  
 рассмотрим простейший случай  $P(x) = ax$   
 $16(ax^2)^2 = (2ax)^2 \Rightarrow 16a^2x^4 = 4a^2x^2 \Rightarrow a = 4 \Rightarrow$  первый возможный многочлен  $P(x) = 4x$   
 рассмотрим  $P(x) = ax^2$   
 $16(ax^4)^2 = (2ax^2)^2 \Rightarrow 16a^2x^8 = 4a^2x^4 \Rightarrow a = 1 \Rightarrow$  второй возможный многочлен  $P(x) = x^2$   
 рассмотрим  $P(x) = ax^3$   
 $16(ax^6)^2 = (2ax^3)^2 \Rightarrow 16a^2x^{12} = 4a^2x^6 \Rightarrow a = \frac{1}{4}$  - не подходит т.к. коэффициент  
 не целое. Можно сделать вывод, что с увеличением степени  $x$ , коэффициент  
 $P(x) = ax^n$  будет уменьшаться, значит все степени  $> 2$  не подходят.  
 Рассмотрим  $P(x) = ax + b$   
 $16(ax^2 + b)^2 = (2ax + b)^2 \Rightarrow 16a^2x^4 + 16abx^2 + 16b^2 = 4a^2x^2 + 4abx + b^2 \Rightarrow$   
 $\Rightarrow x^2(4a^2 - 16a) + 4abx + b^2 - 16b^2 = 0$ . Это же выражение всегда было равно  
 нулю, значит чтобы котр. были равны нулю  

$$\begin{cases} 4a^2 - 16a = 0 \\ 4ab = 0 \\ b^2 - 16b = 0 \end{cases} \begin{cases} a = 4 \\ a = 0 \\ b = 0 \\ b = 4 \end{cases}$$
 - видим что,  $a$  и  $b$  разделились в две группы,  
 значит, нет таких  $a$  и  $b$  при которых  $16P(x^2) = (P(2x))^2$   
 где  $P(x) = ax + b$   
 из этого выражения можно сделать вывод, что чем больше сте-  
 пень многочлена, тем больше будут коэффициенты при  $x$ , но  
 всегда будет в многочлене такой вид. Коэффициенты в раз-  
 ных местах должны быть равными и не зависеть друг от друга.  
 но как мы видим по примеру  $P(x) = ax + b$  - такого быть не мо-  
 жет, так как будет к с увеличением степени многочлена.  
 законит всю для ответа:  $P(x) = 4x$ ;  $P(x) = x^2$

Ответ:  $P(x) = 4x$ ;  $P(x) = x^2$



Аты-жөні / Фамилия Имя КРЮЧКОВ ВЛАДИСЛАВ

Класс 11 А

Облысы / Область ПАВЛОДАРСКАЯ

Предмет МАТЕМАТИКА

PVL PVL PVL

PVL PVL PVL

Қатысушының шешімдерін толтыруға арналған өріс / Поле для заполнения решений участника Парақ / Страница № 2

Республикалық  
оқушылар олимпиадасының  
екінші (аудандық) кезеңі

Математика

2021-2022 оқу жылы / учебный год

Второй (районный)  
этап Республиканской  
олимпиады школьников

Есеп нөмірі:

2

Номер задачи:

Парақ нөмірі:

1

Номер листа:

Парақтардың жалпы саны  
Общее количество листов:

3

Қатысушының коды:

Код участника:

$$a_n = \sqrt{1 + \underbrace{99\dots 9^2}_n + 0, \underbrace{99\dots 9^2}_n}, \quad \underbrace{99\dots 9^2}_n = (10^n - 1)^2; \quad 0, \underbrace{99\dots 9^2}_n = (1 - 10^{-n})^2$$

↓  
заменим данное выражение.

$$a_n = \sqrt{1 + (10^n - 1)^2 + (1 - 10^{-n})^2} = \sqrt{1 + 10^{2n} - 2 \cdot 10^n + 1 + 1 - 2 \cdot 10^{-n} + 10^{-2n}} = \sqrt{3 + 10^{2n} + \frac{1}{10^{2n}} - 2 \cdot 10^n - \frac{2}{10^n}}$$

$$= \sqrt{3 + (10^n + \frac{1}{10^n}) - 2(10^n + \frac{1}{10^n})}$$

пусть:  $10^n + \frac{1}{10^n} = x$ ; тогда:  $x^2 = (10^n + \frac{1}{10^n})^2 = \frac{1}{10^{2n}} + 2 + 10^{2n} \Rightarrow x^2 - 2 = 10^{2n} + \frac{1}{10^{2n}}$   
подставим в наше выражение; получим:

$$\sqrt{3 + x^2 - 2 - 2x} = \sqrt{x^2 - 2x + 1} = \sqrt{(x-1)^2} = x-1 = 10^n + \frac{1}{10^n} - 1 - \text{вернемся к замене.}$$

то есть:  $a_n = \sqrt{1 + \underbrace{99\dots 9^2}_n + 0, \underbrace{99\dots 9^2}_n} = 10^n + \frac{1}{10^n} - 1$

нам нужно найти  $\{S\}$ , где  $S = a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_{2022}$ , где  $\{S\}$  - дробная часть.

$a_n = 10^n - 1 + \frac{1}{10^n}$  заметим, что дробной будет только  $\frac{1}{10^n}$  - в этой сумме, а  $10^n - 1$  - всегда целое; то есть  $\{S\} = \frac{1}{10} + \frac{1}{10^2} + \frac{1}{10^3} + \dots + \frac{1}{10^{2022}}$

$\{S\} = 0,1 + 0,01 + 0,001 + \dots + 0,00\dots 01$  заметим, что цифра каждый раз пере-

мещается на один разряд дальше, следовательно в каждом раз-  
ряде будет стоять единица; то есть.

$$\{S\} = 0, \underbrace{111\dots 1}_{2022}$$

Ответ:  $\{S\} = 0, \underbrace{111\dots 1}_{2022}$



Аты-жөні / Фамилия Имя КРЮЧКОВ ВЛАДИМИР Класс 11 А  
 Облысы / Область ПАВЛОДАРСКАЯ Предмет МАТЕМАТИКА

PVL PVL PVL

PVL PVL PVL

Қатысушының шешімдерін толтыруға арналған өріс / Поле для заполнения решений участника Парақ / Страница № 3

Республикалық  
оқушылар олимпиадасының  
екінші (аудандық) кезеңі

Математика  
2021-2022 оқу жылы / учебный год

Второй (районный)  
этап Республиканской  
олимпиады школьников

Есеп нөмірі:  
Номер задачи:  
Парақ нөмірі:  
Номер листа:

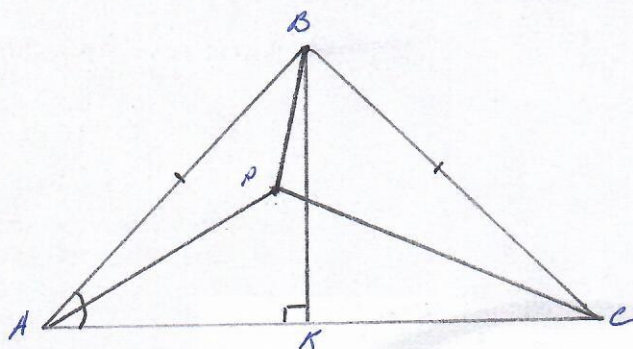
3  
1

Парақтардың жалпы саны  
Общее количество листов:

3

Қатысушының коды:  
Код участника:

[Empty box for participant code]



Доно:  $AB=BC$  - тең қабырғалы  
 $\angle BAC = 30^\circ$ ;  $AP = 2\sqrt{3}$ ;  $BP = 2$   
 $CP = 2\sqrt{3}$ ;  $AB = BC$ .  
 Табу:  $S_{\triangle ABC}$ .

Решение:

$\angle BCA = \angle BAC = 30^\circ$  т.к.  $\triangle ABC$  -  $AB=BC$

$\angle ABC = 180^\circ - 2\angle BAC = 180^\circ - 60^\circ = 120^\circ$ .

проведем высоту  $BK$ ; т.к.  $S_{\triangle ABC}$  можно выразить как:

$$S = \frac{1}{2} BK \cdot AC.$$

Рассмотрим  $\triangle ABK$ ;  $BK = \frac{1}{2} AB$  т.к. лежит против угла в  $30^\circ$   
 по т-ме Пифагора найдем  $AK$ .

$$AB^2 = BK^2 + AK^2 \Rightarrow AK^2 = AB^2 - \frac{AB^2}{4} \Rightarrow AK = \sqrt{\frac{3AB^2}{4}} = \frac{AB\sqrt{3}}{2}$$

тогда  $S = \frac{1}{2} BK \cdot AC$  т.к.  $\triangle ABC$  -  $AB=BC$ , то  $BK$  - медиана и высота.

значит:  $AC = 2AK = 2 \cdot \frac{AB\sqrt{3}}{2} = AB\sqrt{3}$

тогда:  $S = \frac{1}{2} \cdot \frac{AB}{2} \cdot AB\sqrt{3} = \frac{AB^2\sqrt{3}}{4}$ .